

Introduction aux processus stochastiques

En bref

> **Langue de cours:** Français

Présentation

Prérequis

Cours de probabilités de niveau undergraduate (3ème année de Licence, MAT-1A).
Calcul matriciel.

Objectifs d'apprentissage

1. L'élève saura utiliser l'espérance conditionnelle dans différentes branches des probabilités.
2. L'élève pourra modéliser un certain nombre de phénomènes par des processus stochastiques adéquats.
3. L'élève saura reconnaître les principaux processus stochastiques en temps discret et exploiter leurs propriétés pour donner des éléments qualitatifs ou quantitatifs quant à leurs comportements en temps long.

Description du programme

Le but de ce cours est de préparer les élèves à suivre des cours avancés en probabilités tels qu'un cours de calcul stochastique qui est le fondement des mathématiques financières ou un cours d'algorithmes stochastiques qui sont très présents en Statistique, Data Science et Machine Learning.

Ce cours de 30h se décompose en

- 7 CM (2h chacun) = 14h
- 5 TD (2h chacun) = 10h
- 3 TP (2h chacun) sous Python. = 6h

Le programme traité dans ce cours est le suivant

1. Espérance conditionnelle, loi conditionnelle
2. Filtration, temps d'arrêt, ruine du joueur, identité de Wald
3. Martingales en temps discret, théorèmes d'arrêt, théorèmes de convergence des martingales (L_p , presque sûrement)
4. Chaînes de Markov sur des espaces d'états dénombrables, propriété de Markov forte, récurrence, récurrence positive, ergodicité

- 5. Processus de Poisson : construction, propriété de Markov forte, caractérisation
- 6. Processus markoviens de sauts : définitions

Compétences et connaissances scientifiques et techniques visées dans la discipline

- 1. Calculer l'espérance conditionnelle d'une variable aléatoire à l'aide de sa loi conditionnelle ou à l'aide des propriétés de l'espérance conditionnelle (linéarité, mesurabilité, indépendance)
- 2. Vérifier qu'un processus stochastique est une martingale et déterminer si le processus converge.
- 3. Reconnaître une situation qui peut être modélisée par une chaîne de Markov, comprendre la propriété de Markov forte, savoir classer les chaînes de Markov en fonction de leurs comportements.
- 4. Reconnaître une situation qui peut être modélisée par un processus de Poisson et plus généralement par un processus markovien de sauts.

Modalité de contrôle des connaissances

CC1 = écrit 100%

Bibliographie

La bibliographie sera donnée en début de cours.

Equipe pédagogique

Mitra Fouladirad

Thibault Le Gouic

Total des heures

CM	Cours Magistral	14h
TD	Travaux Dirigés	10h
TP	Travaux Pratiques	6h

Infos pratiques

Nom responsable UE

Responsable pédagogique

Mitra Fouladirad

✉ mitra.fouladirad@centrale-marseille.fr